

ウルトラマンの相似則



工学博士 西尾 宣明
元・東京ガス(株) 基礎技術研究所

メタボ指数と幾何学的相似のこと

大 家 与太郎さんはBMIいくつぐらいですか？

与太郎 ええ？ BMIって何ですか？

大 家 いやあ。藪から棒の質問でごめん、ごめん。

BMIというのはBody Mass Indexと言って、日本では肥満度指数とか、俗にはメタボ指数などと言われています。25以上がメタボだそうです。

与太郎 ああ。メタボ指数っていうのは聞いたことがありますよ。去年の健康診断で測ったら20いくつで、大丈夫って言われましたね。

大 家 与太郎さんの体型ならそうですね。

念のために、BMIは体重を身長²で割って求められます。こんな式ですね。

$$\text{BMI} = [\text{体重 (kg)}] \div [\text{身長 (m)}]^2$$

与太郎さんの体重と身長はいくつですか？

与太郎 体重が72キロで身長が175センチですね。

大 家 そうすると—（電卓で計算する）—メタボ指数は23.5です。メタボじゃないですね。

与太郎 でも、ちょっと危ないな。体重が1割増えると25になっちゃいますよね。気をつけなくちゃ。

その点、大家さんは全然大丈夫ですよ。

大 家 そうですね。体重が62キロぐらいで身長168センチですから、BMIは22ちょうどです。

与太郎 やっぱりね。

ところで、体重って背が高いほど大きくなる傾向がありますよね。そうすると背が高いほどメタボ指数も大きくなりませんか？

大 家 良いところに気がつきましたね。

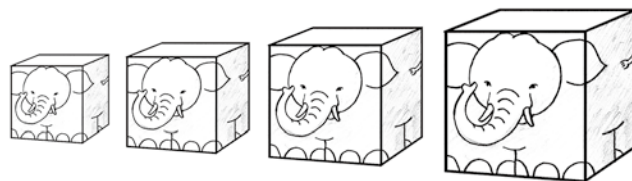
ただ、これを議論するには「幾何学的に相似」と言うような枠をはめることが必要でしょうね。

与太郎 それはどういうことですか？

大 家 一番簡単な例としてサイコロのような立方体を考えますね。

この「身長」は一辺の長さということになります。その「身長」が違うサイコロを考えても、どれも立方体なことには変わりはないですね。

そのように「身長」つまりサイズが違ってても幾何学的な「形」が同じ物同士を「幾何学的に相似」と言います。



大きくても小さくても立方体は立方体——幾何学的相似

与太郎 なあるほど。そこでサイコロのメタボ指数を計算すれば良いんですね。

大家 その通りです。大きさは違ってもサイコロの材料が同じならば、「体重」は体積、つまり身長³に比例することは分かりますね。

与太郎 あ！ 分かった。その体重を身長²で割れば、答には身長が残って、身長が大きいほどメタボ指数が大きくなるわけだ。

人間も幾何学的に相似っていうんですか、体型がおんなじだと背が高いほどメタボになるって言うことか。

大家 お見事！ 正解です。人間のようにずっと複雑な形をしていても、幾何学的に相似だったら同じことが言えるというのは分かりますね？

与太郎 分かるような気もするけど、自信ないなあ。

大家 幾何学的に相似ならば、身長が2倍になれば胸の幅も厚さも胴の長さも、脚の太さも長さも全部2倍になることは分かりますね。

与太郎 そうですね。

大家 そうすると、体の体積——例えば胴体の体積は幅×厚さ×胴の長さとして $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ の3乗で、8倍ということになります。重さも当然8倍です。

体の他の部分も同じことです。

その8倍の体重を2倍になった身長²で割れば、 $8 \div 4 = 2$ で、BMIは2倍になります。サイコロの場合と何も変わりません。

与太郎 ああ。そうなんだ。

BMIは脚への負荷の指標と同じ？

大家 ところで、ちょっと面白いことに気がついたんですが、BMIというのは脚にかかる負担の大きさを表していることにもなるんですね。

与太郎 へえー、そうなんですか。

大家 脚にかかる負荷の大きさは脚の単位断面積に加わる体重の大きさで表されます。

幾何学的相似ならば、脚の太さ——脚を円柱と考えればその直径ということになりますが——それも身長に比例します。

その脚の断面積はどんな大きさになりますか？

与太郎 えーと、円の面積は πr^2 だけ？ r は半径ですね。

大家 そうです。その半径は直径の2分の1ですが、

身長に比例した大きさになることに変わりはありません。つまり、脚の断面積は身長²に比例します。

与太郎 ああ、そうか。それに脚の長さを掛ければ脚の体積になるけど、それはやっぱり身長³に比例するわけだ。

大家 同じように考えれば胴体も腕も頭も全部身長³に比例することが分かりますね。

と言うことは、体全体の体積も身長³に比例するということです。

与太郎 そうか、それを身長²に比例する脚の断面積で割ると、身長に比例することになって、結局BMIって言うんですか？ メタボ指数とおんなじことになるんだ。形は複雑でもみんなサイコロとおんなじなんだ。

大家 良いところに気がつきましたね。

サイコロの場合も下の方が脚で上の方が胴や頭などと考えれば、底面の面積で体重を支える——つまり脚の単位断面積当りの体重の負荷はBMIの値に比例することになりますね。

与太郎 あ、そうか。サイコロの下の方に切れ目を入れて四つの脚を作ると象のような四つ足の動物になるんだ。動物のメタボ指数か。面白いなあ。

大家 それは面白い見方ですね。

二本足の人間と四つ足の象は幾何学的に相似ではないので、BMIの値を比べるだけでは脚の負荷を比較することはできませんが、式の形は同じになるのが面白いですね。

ウルトラマンのBMI

与太郎 人間の場合だったらメタボ指数から脚への負荷ってというのがわかるんですか？

大家 BMIから脚への負荷を求めるのには、脚の太さが身長²の何%だとかいう細かい数字も決めないといけません、ここではそこまでは立ち入らないで、直接脚への負荷を考えたいと思います。

と言うのも、この頃やたらにテレビで流されるスマートフォンのゲームソフトのCM、それだけじゃなく、アメリカあたりのホラー映画ともSF映画ともつかない映画のコマーシャル——ああいうのを見ていつも思うんですが、少しだけでもよいかからScienceに気を配って欲しいと思うからです。

ゲームを面白がるだけでなく、少しでもサイエンスの匂いを付けてやれば、ただの時間つぶしでなく、教育上の効果も期待できると思うんですよ。

与太郎 何だか難しそうな話ですね。

大家 与太郎さんはスマートフォンを使っていますよね。ゲームもやっていますか？

与太郎 いやあ。ああいうゲームはほとんどしないですね。子供にもあんまりやって欲しくないですね。

大家 それを聞いて安心しました。

実を言えば、昔は私も子供と一緒に鉄腕アトムとかウルトラマンとか、そんな空想ものをテレビでよく観ていたものですが、他愛ないけれども結構楽しかったですね。

与太郎 わたしもいろいろ観ていたけど、ほんとに楽しかったですよ。

大家 ただ、ちょっとだけ不満なことがありましたね。それは幾何学的相似ということと関係があるんですよ。

与太郎 どういうことですか？

大家 与太郎さんはウルトラマンの身長や体重を覚えていますか？

与太郎 ええっ?! そんなの覚えてないですよ。

大家 それは仕方ないですね。

実はウルトラマンはM78星雲の光の国出身です。

それは知っていますね？

与太郎 光の国っていうのは覚えてますけど。

大家 ちょっと頼りないですね。

公式発表によれば、初代のウルトラマンの身長は40メートル、体重は4万5,000トンということです。

与太郎 そうですか。よく覚えていますね。

大家 いや、本当はすっかり忘れていたんですが、インターネットで調べたらすぐ分かりました。

本当に便利な世の中になりましたね。

ところで、ウルトラマンは我々中肉中背の人間と幾何学的に全く相似な体型ですが、彼のBMIを計算すると大変なことになるんですよ。

与太郎 そんなことまで計算したんですか？

大家 面白半分ですがね。

体重をキログラムに直すと、何と45,000,000（4千500万kg）です。それを身長40メートルの2乗で割ると約28,000になります。BMIが我々の1,000倍以上です。

ウルトラマンは超メタボなんですね。

与太郎 そうなんだ。でも、ウルトラマンの体は我々の体と違う物質でできてるんじゃないですか？

大家 確かにそうですね。それを考えると単純にBMIを比較するわけにはいきません。

ところが、別な面から考えると違う物質という考えがどうもおかしいということになるんです。

与太郎 そうなんですか。何か、難しいことを考えるんじゃないでしょうね。

大家 いやいや、とても簡単なことです。

仮にウルトラマンの体が身長1.68m、体重62kgの私と幾何学的に相似だとしますね。

そうすると身長の比率——相似比とも呼ばれますが——それは $40 \div 1.68 = 23.8$ ということになります。

これは身長だけでなく、体のどの部分を取ってもウルトラマンは私の23.8倍の大きさだということです。

その彼の体が私たちと同じく、密度が約 1 ton/m^3 の物質でできているものとします。

そうすると、体重は体積に比例するだけですから、相似比の3乗に比例することになります。つまり、

$$\begin{aligned} \text{ウルトラマンの体重は} \\ 23.8^3 \times 62 &= \text{約} 835,000 \text{ kg} \\ &= \text{約} 835 \text{ ton} \end{aligned}$$

ということになります。

ところが、彼の公称体重は4万5,000tonですから、その54倍もあるわけです。このことは彼の体が私たちの体を作っている物質より54倍もの密度の物質でできていることを意味します。こんなに重い物質は地球上に安定して存在しません。太陽のように核反応している星の中にもしあったとしても、核分裂を起こして短時間で消滅するような物質の筈です。

与太郎 ふーん。そうなんですか。でも、それだけ重いとでっかい怪獣とぶつかってもびくともしないですよ。

大家 まあ、それは良いとしても、ウルトラマンは横浜、東京、千葉と言った東京湾岸の地盤が軟らかい地域ではとても活動なんかできない筈です。

与太郎 へえー。どうしてですか？

大家 私の脚のふくらはぎの直径を12cmとした場合、体重62kgの私の脚は単位断面積 1 cm^2 当り0.27kgの荷重を支えれば良いのに対して、ウルトラマンの脚には何と、その1,300倍の 351 kg/cm^2 もの負荷がかかっていることになります。歩く時は片足ずつで立ちます

からその倍の700kg/cm²です。

与太郎 へえー。そんなに違うんですか。

大家 これがなぜ驚きかと言えば、関東地方のローム層などの地盤は圧縮強さがせいぜい1kg/cm²のオーダーで、岩盤でも東京湾を囲んでいる地域の軟らかいものは200kg/cm²に満たないものです。

そのような地盤の上ではウルトラマンの脚は地面にめり込んで、立っていることさえ難しいかも知れません。

まして、跳んだり跳ねたりすれば、脚には瞬間的にその5倍から10倍ぐらいの負荷はかかると考えられますから、地盤は大きく破壊されて、周囲には地震と同じような振動が振りまかれることでしょうね。

与太郎 そうなんだ。

標準体重のウルトラマンは？

大家 与太郎さんは人間の「身長と標準体重の関係」を表すこんな式を知っていますか？

$$\text{標準体重 (kg)} = [\text{身長 (cm)} - 100] \times 0.9$$

与太郎 なんか、見たことがあるような気はするけど。

大家 この式で私の身長168cmに対する標準体重を計算すると61.2kgになります。

私は今大体62キロ弱と言ったところですから、ほぼ標準体重に近いと言えますね。

与太郎 わたしはどうですか？

大家 175センチの与太郎さんは67.5キロですね。

与太郎 あれ!? ちょっと体重オーバーなんだ。

大家 与太郎さんがもし標準体重だとしたら、BMIは22になります。BMIの正常値は18から25とされていますから、その中央値が21.5です。標準体重から割り出した値とほとんど同じですね。

与太郎 そうなんだ。標準体重の式とメタボ指数は関係があるんだ。

やっぱり体重を増やさないように注意しなくっちゃ。

大家 それほど心配する必要はないですよ。

心配なのはウルトラマンです。ウルトラマンの標準体重を計算すると3,510キロです。象よりも軽い、たったの3.5トンですよ。でも、このときBMIはぴったり22になっています。

標準体重と肥満度指数とは大いに関係があるんすね。

与太郎 大家さんと幾何学的相似っていうんですか？そのとき体重が800何トンとか言ってましたね。

標準体重とは全然違うじゃないですか。

大家 そうですね。そんな標準体重のウルトラマンを絵に描いたらこんな感じになりますかね。



もし3.5トンのウルトラマンを円筒で近似すると直径は約33センチになってしまって絵にも描けないので、その10倍以上に太く描いていますがね。

ところがそんなウルトラマンにも問題があって、その細い脚で3.5トンを支えるのはとても無理な話です。

与太郎 やっぱり地球上にはないような物で体ができていないと駄目なんですね。

大家 あるいは幾何学的相似の条件を諦めることですね。

与太郎 それはどういうことですか？

大家 ウルトラマンを東京タワーのような形にするんですよ。

頭は小さく、下に行くほど体の幅や厚さが大きくなって、その下で太い脚が支えるような——。

与太郎 あ、それってゴジラみたいな形じゃないですか？

大家 そう言えばそうですね。

でも、ウルトラマンは我々と幾何学的に相似でない面白くないですね。